

Решение задач на вычисление количества информации

Для решения различных задач на определение количества информации вы должны помнить следующее:

- отношение количества вариантов (или чисел) N к количеству информации которую несет в себе один из вариантов I : $N=2^I$
- полный информационный объем сообщения V равен количество символов в сообщении K умноженное на количество информации на каждый символ I : $V=K*I$
- Формула Шеннона для равновероятных событий: $I=\log_2 N$
- если алфавит имеет мощность (количество символов в этом алфавите) M , то количество всех возможных «слов» (символьных цепочек) длиной N (без учета смысла) равно $K=M^N$; для двоичного кодирования (мощность алфавита $M=2$ символа) получаем известную формулу: $K=2^N$

Таблица степеней двойки, покажет сколько вариантов можно закодировать с помощью N бит:

N бит	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
K вариантов	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

$$1 \text{ байт} = 8 \text{ бит}$$

$$1 \text{ Кбайт} = 2^{10} \text{ байт} = 1024 \text{ байт}$$

$$1 \text{ Мбайт} = 2^{10} \text{ Кбайт} = 1024 \text{ Кбайт}$$

Задача №1.

Световое табло состоит из лампочек. Каждая лампочка может находиться в одном из трех состояний («включено», «выключено» или «мигает»). Какое наименьшее количество лампочек должно находиться на табло, чтобы с его помощью можно было передать 18 различных сигналов?

1) 6 2) 5 3) 3 4) 4

Решение задачи №1.

В данной задаче мощность алфавита равна трем («включено», «выключено» или «мигает»). Количество необходимых сигналов 18, следовательно $18=3^N$, $N=3$.

Ответ: Количество лампочек равно 3.

Задача №2.

Метеорологическая станция ведет наблюдение за влажностью воздуха. Результатом одного измерения является целое число от 0 до 100 процентов, которое записывается при помощи минимально возможного количества бит. Станция сделала 80 измерений. Определите информационный объем результатов наблюдений.

- 1) 80 бит 2) 70 байт 3) 80 байт 4) 560 байт

Решение задачи №2.

Определим информационный объем одного измерения: количество возможных вариантов равно 100 (т.к. результатом одного измерения является целое число от 0 до 100 процентов), следовательно, информационный объем одного варианта измерения находится по формуле: $100 = 2^I$, $I = 7$ бит.

Так как станция сделала 80 измерений, следовательно, информационный объем результатов наблюдений равен $7 * 80 = 560$ бит, но такого ответа нет, значит переведем биты в байты: $560 / 8 = 70$ байт.

Ответ: Информационный объем результатов наблюдений равен 70 байтам.

Задача №3.

Сколько существует различных последовательностей из символов «плюс» и «минус», длиной ровно в пять символов?

- 1) 64 2) 50 3) 32 4) 20

Решение задачи №3.

Мощность алфавита равна 2. Длина слова равна 5. Количество различных последовательностей $K = 2^5 = 32$.

Ответ: Количество различных последовательностей 32.

Задача №4.

В корзине лежат 8 черных шаров и 24 белых. Сколько бит информации несет сообщение о том, что достали черный шар?

- 1) 2 бита 2) 4 бита 3) 8 бит 4) 24 бита

Решение задачи №4.

Черные шарики составляют $1/4$ из всех шаров, следовательно информация о том что достали черный шарик соответствует одному из 4 вариантов. 1 из 4 вариантов несет в себе количество информации равное 2 ($4=2^2$). Также можно решить данную задачу по формуле Шеннона: количество вариантов получения черного шарика равна 4, следовательно, $I=\log_2 4 = 2$ бита.

Ответ: 2 бита.

Задача №5

В коробке лежат 64 цветных карандаша. Сообщение о том, что достали белый карандаш, несет 4 бита информации. Сколько белых карандашей было в коробке?

- 1) 4 2) 8 3) 16 4) 32

Решение задачи №5.

Данная задача похожа на задачу №4, только нам надо определить количество карандашей по известному количеству информации который несет один карандаш.

Определим количество возможных событий (вариантов получения белого карандаша) по формуле Шеннона: $\log_2 N=4$, следовательно, $N=16$.

Количество возможных событий получения белого карандаша равно 16, следовательно, количество белых карандашей составляет $1/16$ всех карандашей. Всего карандашей 64, следовательно белых карандашей $64/16=4$.

Ответ: 4 белых карандаша.

Задача №6.

В корзине лежат черные и белые шары. Среди них 18 черных шаров. Сообщение о том, что достали белый шар, несет 2 бита информации. Сколько всего шаров в корзине?

- 1) 18 2) 24 3) 36 4) 48

Решение задачи №6

Найдем по формуле Шеннона вероятность получения белого шара: $\log_2 N=2$, $N=4$, следовательно, вероятность получения белого шара равна $1/4$ (25%), а вероятность получения черного шара соответственно $3/4$ (75%). Если 75%

всех шариков черные, их количество 18, тогда 25% всех шариков белые, их количество $(18 \cdot 25) / 75 = 6$.

Осталось найти количество всех шариков в корзине $18 + 6 = 24$.

Ответ: 24 шарика.

Задача №7.

В некоторой стране автомобильный номер длиной 5 символов составляется из заглавных букв (всего используется 30 букв) и десятичных цифр в любом порядке. Каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит, а каждый номер – одинаковым и минимально возможным количеством байт. Определите объем памяти, необходимый для хранения 50 автомобильных номеров.

1) 100 байт 2) 150 байт 3) 200 байт 4) 250 байт

Решение задачи №7.

Количество символов используемых для кодирования номера составляет: 30 букв + 10 цифр = 40 символов. Количество информации несущий один символ равен 6 бит ($2^6 = 64$, но количество информации не может быть дробным числом, поэтому берем ближайшую степень двойки большую количества символов $2^6 = 64$).

Мы нашли количество информации заложенное в каждом символе, количество символов в номере равно 5, следовательно $5 \cdot 6 = 30$ бит. Каждый номер равен 30 битам информации, но по условию задачи каждый номер кодируется одинаковым и минимально возможным количеством байт, следовательно нам необходимо узнать сколько байт в 30 битах. Если разделить 30 на 8 получится дробное число, а нам необходимо найти целое количество байт на каждый номер, поэтому находим ближайший множитель 8-ки который превысит количество бит, это 4 ($8 \cdot 4 = 32$). Каждый номер кодируется 4 байтами.

Для хранения 50 автомобильных номеров потребуется: $4 \cdot 50 = 200$ байт.

Ответ: 200 байт.

Задача №8.

Для регистрации на сайте некоторой страны пользователю необходимо придумать пароль длиной ровно 11 символов. В пароле можно использовать десятичные цифры и 12 различных символов местного алфавита, причем все

буквы используются в двух начертаниях – строчные и прописные. Каждый символ кодируется одинаковым и минимально возможным количеством бит, а каждый пароль – одинаковым и минимально возможным количеством байт. Определите объем памяти, необходимый для хранения 60 паролей.

1) 720 байт 2) 660 байт 3) 540 байт 4) 600 байт

Решение задачи №9.

Количество символов используемых для кодирования пароля составляет: 10 цифр + 12 строчных букв + 12 прописных букв = 34 символа. Количество информации несущий один символ равен 6 бит ($2^6=64$, но количество информации не может быть дробным числом, поэтому берем ближайшую степень двойки большую количества символов $2^6=64$).

Мы нашли количество информации заложенное в каждом символе, количество символов в пароле равно 11, следовательно $11*6=66$ бит. Каждый пароль равен 66 битам информации, но по условию задачи каждый пароль кодируется одинаковым и минимально возможным количеством байт, следовательно нам необходимо узнать сколько байт в 66 битах. Если разделить 66 на 8 получится дробное число, а нам необходимо найти целое количество байт на каждый пароль, поэтому находим ближайший множитель 8-ки который превысит количество бит, это 9 ($8*9=72$). Каждый номер кодируется 9 байтами.

Для хранения 60 паролей потребуется: $9*60=540$ байт.

Ответ: 540 байт.

Задача №10 Для кодирования сообщений решено использовать последовательности разной длины, состоящие из знаков «+» и «-». Сколько различных сообщений можно закодировать, используя в каждом из них не менее 2-х и не более 6 знаков?

Решение задачи №10

Мощность алфавита равна 2 (знаки «+» и «-»). Количество различных сообщений для слов из 2-ух букв равно $2^2=4$, для 3-ех букв $2^3=8$, для 4-ех $2^4=16$, для 5-и $2^5=32$, для 6-и $2^6=64$.

Нам осталось только просуммировать значения различных слов:
 $4+8+16+32+64=124$

Ответ: можно закодировать 124 различных сообщений.