Занятие 1. Инварианты.

1. Кузнечик прыгает на 1 см, затем прыгает на 3 см в том же или противоположном направлении, затем в том же или противоположном направлении на 5 см и т.д. Может ли он после 57 прыжка оказаться в исходной точке.
2. Даны 6 чисел: 1, 3, 5, 7, 9, 11. Разрешается к любым двум из них прибавлять по единице. Можно ли все числа сделать равными.
3. То же для чисел 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016.
4. Петя купил общую тетрадь объемом 96 листов и пронумеровал все ее страницы по порядку числами от 1 до 192. Вася вырвал из этой тетради 25 листов и сложил все 50 чисел, которые на них написаны. Могло ли у него получиться 2010?
5. Произведение 22 целых чисел равно 1. Докажите что их сумма не равна 0.
6. Можно ли составить магический квадрат из первых 36 простых чисел?
7. На доске написаны числа 1, 2, 3, … 101. Разрешается стереть любые два и написать их разность. Повторив эту операцию 100 раз, мы получим одно число. Докажите, что это не 0.
8. Докажите, что в игре «15» нельзя поменять местами фишки «15» и «14», оставив остальные на месте.
9. Имеется 30 карточек, каждая из которых выкрашена с одной стороны в красный, а с другой стороны – в синий цвет. Карточки разложили в виде полосы так, что у 8 карточек сверху оказался синий цвет. За ход разрешается перевернуть любые 17 карточек. Можно ли за несколько ходов добиться того, чтобы полоса стала полностью: а) красной, б) синей?
10. Круг разбит на 6 секторов, в каждом секторе лежит по монете. Одним ходом можно любую монету передвинуть в один из двух соседних секторов. Можно ли все монеты собрать в одном секторе ровно за 20 ходов?
11. Можно ли разбить числа 1, …, 33 на 11 групп по 3 числа так, чтобы в каждой группе одно из чисел равнялось сумме двух других?

Занятие 1. Инварианты.

1. Кузнечик прыгает на 1 см, затем прыгает на 3 см в том же или противоположном направлении, затем в том же или противоположном направлении на 5 см и т.д. Может ли он после 57 прыжка оказаться в исходной точке.
2. Даны 6 чисел: 1, 3, 5, 7, 9, 11. Разрешается к любым двум из них прибавлять по единице. Можно ли все числа сделать равными.
3. То же для чисел 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016.
4. Петя купил общую тетрадь объемом 96 листов и пронумеровал все ее страницы по порядку числами от 1 до 192. Вася вырвал из этой тетради 25 листов и сложил все 50 чисел, которые на них написаны. Могло ли у него получиться 2010?
5. Произведение 22 целых чисел равно 1. Докажите что их сумма не равна 0.
6. Можно ли составить магический квадрат из первых 36 простых чисел?
7. На доске написаны числа 1, 2, 3, … 101. Разрешается стереть любые два и написать их разность. Повторив эту операцию 100 раз, мы получим одно число. Докажите, что это не 0.
8. Докажите, что в игре «15» нельзя поменять местами фишки «15» и «14», оставив остальные на месте.
9. Имеется 30 карточек, каждая из которых выкрашена с одной стороны в красный, а с другой стороны – в синий цвет. Карточки разложили в виде полосы так, что у 8 карточек сверху оказался синий цвет. За ход разрешается перевернуть любые 17 карточек. Можно ли за несколько ходов добиться того, чтобы полоса стала полностью: а) красной, б) синей?
10. Круг разбит на 6 секторов, в каждом секторе лежит по монете. Одним ходом можно любую монету передвинуть в один из двух соседних секторов. Можно ли все монеты собрать в одном секторе ровно за 20 ходов?
11. Можно ли разбить числа 1, …, 33 на 11 групп по 3 числа так, чтобы в каждой группе одно из чисел равнялось сумме двух других?