Заключительная олимпиада.

Группа «Пряники».

1. Можно ли числа от 1 до 21 разбить на несколько (возможно, неравных) групп, в каждой из которых имеется число, равное сумме всех остальных?

2. Конь стоит на поле *a*1. За ход разрешается передвигать коня на две клетки вправо и одну клетку вверх или вниз, или на две вверх и на одну вправо или влево, но нельзя ходить на клетки, в которых он уже был. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

3. На доске написаны числа 1; 2; …;10. Разрешается стереть любые два числа x и y, а вместо них написать числа x-1 и y+3. Могут ли через некоторое время на доске оказаться числа

   2; 3; …;10; 2012?

4. Какое минимальное число прямоугольников 1x2 клетки нужно закрасить на доске 8x8 клеток, чтобы любой квадрат 2x2 содержал по крайней мере одну закрашенную клетку.

5. Какое наибольшее количество трёхклеточных уголков можно поместить в прямоугольник 5x7, не накладывая их друг на друга?

6. На доске написаны девять последовательных трёхзначных чисел, в записи которых нет ни одного нуля. У каждого из них подсчитали произведение цифр, а затем нашли сумму полученных девяти чисел. Могла ли эта сумма равняться 135?

Заключительная олимпиада.

Группа «Гамбургер».

1. Три дома соединены дорожками. Внутри треугольника, образованного дорожками, построена беседка. От беседки к каждому из домов ведет прямая тропинка. Требуется заасфальтировать все дорожки и все тропинки, причем тропинки – асфальтом в два слоя. Куда уйдет асфальта больше: на дорожки или на тропинки?

2. На окружности отмечено 10 различных точек A_1, A_2, …,A_{12}. Сколько различных треугольников можно провести с концами в отмеченных точках, не имеющих общих точек с прямой A_1A_5?

3. Решить ребус:

$$\begin{array}{r} \text{ВОБЛА} \\ +\ \text{ВОБЛА} \\ \hline \text{ПЛОТВА,} \end{array}$$

4. Найдите все трёхзначные числа, которые уменьшаются в 5 раз после вычеркивания первой цифры.

5. В классе 27 человек. Каждый мальчик дружит с четырьмя девочками, а каждая девочка – с пятью мальчиками. Сколько в классе мальчиков и сколько девочек?

6. На вопрос о возрасте его детей математик ответил: « У нас трое детей. Когда родился наш первенец, суммарный возраст членов семьи был равен 45 годам, год назад, когда родился третий ребёнок – 70 лет, а в этом году суммарный возраст детей – 14 лет». Каков возраст детей математика?

8 кл.

1. Одно и то же натуральное число поделили с остатком на 3, на 18 и на 48. Сумма трёх полученных остатков, оказалась равна 39. Докажите, что остаток, полученный при делении на 3, равен 1.
2. Докажите, что из простого числа, большего 1000, можно вычеркнуть одну или две цифры так, чтобы получилось составное число.
3. Сколько различных натуральных чисел, содержащих не более трех разрядов, можно составить из цифр 0, 1,2,3,4?
4. Сколькими различными способами можно разложить 14 пятаков по пяти кошелькам?